LØSNINGSFORSLAG 2P-Y
HØST 2021

Oppg. 1

0, 0, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 7, 9

a) MEDIAN: $\frac{4+5}{2} = \frac{9}{2} = \underline{\underline{4{,}5 \text{ DAGER}}}$

GJ. SNITT:

$$\frac{0+0+4+4+4+5+5+7+7+9}{10}$$

$= \frac{45}{10} = \underline{\underline{4{,}5 \text{ DAGER/ÅR}}}$

TYPETALL: $\underline{\underline{4 \text{ DAGER}}}$

VARIASJONSBREDDE: $9-0 = \underline{\underline{9 \text{ DAGER}}}$

b) KUMULATIV FOR 5 DAGER ER 7.
BETYR AT DET ER 7 ÅR DET
SNØDDE 5 ELLER FÆRRE DAGER
I APRIL.

Oppg. 2

a)

MINUTTER	ANTALL ELEVER	MIDT-PUNKT	SUM
[0,10⟩	20	5	100
[10,20⟩	50	15	750
[20,40⟩	20	30	600
[40,80⟩	10	60	600
SUM	100		2050

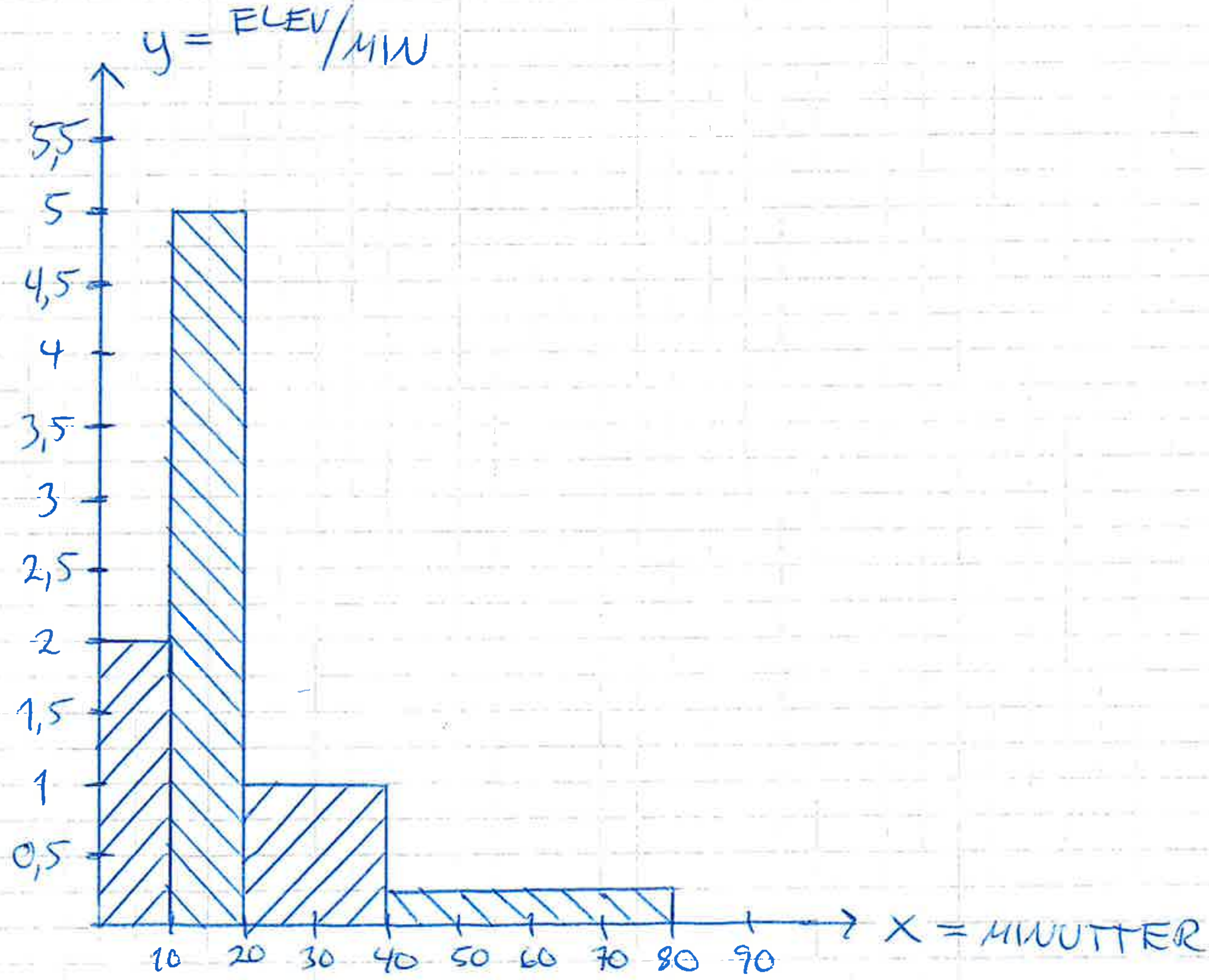
GJ.SNITT: $\frac{2050}{100} = \underline{\underline{20{,}5 \text{ MIN/ELEV}}}$

b) MEDIANEN BLANT 100 ELEVER ER NR. 50 & 51.

DE ER I GRUPPE [10,20⟩ FORDI KUMULATIV ER 20+50=70.

c)

MINUTTER	ANTALL ELEVER	BREDDE	SØYLE-HØYDE
[0, 10⟩	20	10	2
[10, 20⟩	50	10	5
[20, 40⟩	20	20	1
[40, 80⟩	10	40	0,25
SUM	100		



Oppg. 3

a) $8^5 = (2^3)^5 = 2^{3\cdot5} = 2^{15}$

IDAR HAR RETT.

b) $3^{10} = 3^{2\cdot5} = 9^5$

$9^5 > 8^5$

$3^{10} > 8^5$

Oppg. 4

a) 1.

P(GRETE SITTER VED SIDEN AV HANS NÅR SETE 1)

$= \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$

2.

P(GRETE SITTER VED SIDEN AV HANS NÅR SETE 3)

$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,50 = 50\%$

b) SETE 5 SAMME SOM SETE 1.
SETE 2 & 4 SAMME SOM SETE 3.

P(GRETE SITTER VED SIDEN AV HANS)

$= \frac{0,25\cdot2 + 0,50\cdot3}{5} = \frac{2}{5} = 0,40 = 40\%$

Oppg. 5

a) $y = ax + b$

$$a = \frac{\text{ENDRING } y}{\text{ENDRING } x} = \frac{6000-4000}{50-0}$$

$$= \frac{2000}{50} = \underline{40}$$

$$\underline{b = 4000}$$

$$\underline{\underline{y = 40x + 4000}}$$

b) $y = 10000$

$$40x + 4000 = 10000$$

$$40x = 10000 - 4000$$

$$\frac{40x}{40} = \frac{6000}{40}$$

$$\underline{\underline{x = 150}}$$

DET VIL TA 150 DAGER IFØLGE MODELLEN.

Oppg. 6

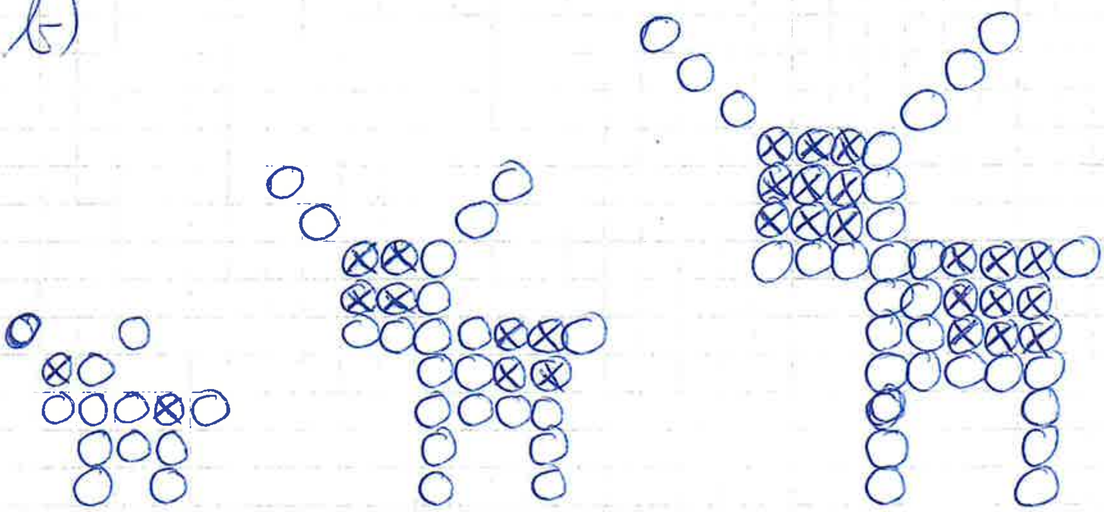
$F_1 = 14 \quad F_2 = 29 \quad F_3 = 48 \quad F_4 = 71$

$+15 \quad +19 \quad +23$

a) $F_5 = 71 + 27 = \underline{\underline{98 \text{ SIRKLER}}}$

DET ØKER MED 4 MER FOR HVER FIGUR. ALTSÅ VIL DET ØKE MED $23+4 = 27$ SIRKLER FRA F_4 TIL F_5.

b)



$F_1 = 14 \quad F_2 = 29 \quad F_3 = 48$

– TO KVADRATISKE ENDRINGER

$\Rightarrow \underline{2n^2}$

– ØKER ELLERS MED 9 SIRKLER FOR HVER FIGUR.

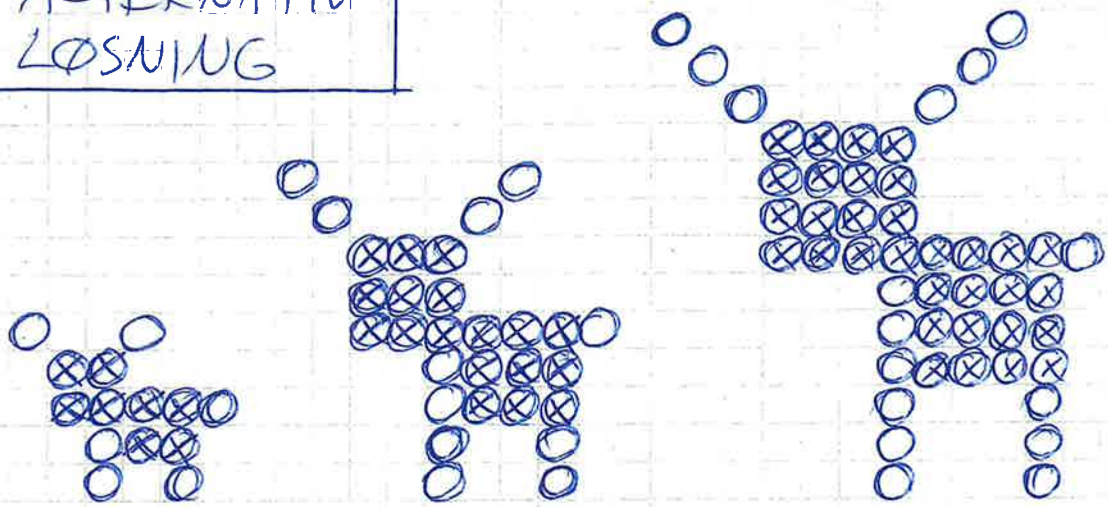
$\Rightarrow \underline{9n}$

– FIGUR 0 HADDE DA $12 - 9 = \underline{3 \text{ SIRKLER}}$

$\underline{\underline{f_n = 2n^2 + 9n + 3}}$

ALTERNATIV LØSNING →

ALTERNATIV
LØSNING



$F_1 = 14$ $F_2 = 29$ $F_3 = 48$

- TO KVADRATISKE ENDRINGER SOM ER FIGURNUMMER + 1.

$\Rightarrow \underline{(n+1)^2 + (n+1)^2}$

- ØKER ELLERS MED 5 SIRKLER I HVER FIGUR.

$\Rightarrow \underline{5n}$

- FIGUR 0 HADDE DA $6 - 5 = \underline{1 \text{ SIRKEL}}$.

$f_n = (n+1)^2 + (n+1)^2 + 5n + 1$

$= (n+1)\cdot(n+1) + (n+1)\cdot(n+1) + 5n + 1$

$= n^2 + n + n + 1 + n^2 + n + n + 1 + 5n + 1$

$\underline{\underline{f_n = 2n^2 + 9n + 3}}$

Del 2

Oppgave 1

Endring i kroner butikk A $= 184 - 160 \underline{\underline{= 24 \text{ kr}}}$

Endring i prosent butikk A $= \frac{24}{160} = 0{,}15 \underline{\underline{= 15\ \%}}$

Endring i kroner butikk B $= 153 - 180 \underline{\underline{= -27 \text{ kr}}}$

Endring i prosent butikk B $= \frac{-27}{180} = -0{,}15 \underline{\underline{= -15\ \%}}$

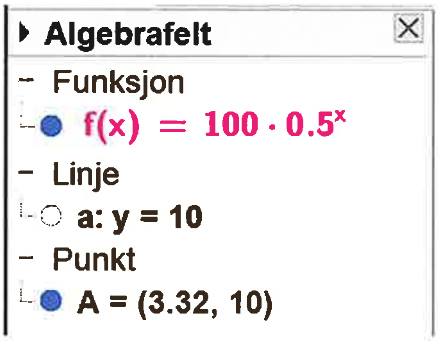
<u>Prisen går 15 % opp i butikk A og 15 % ned i butikk B.</u>

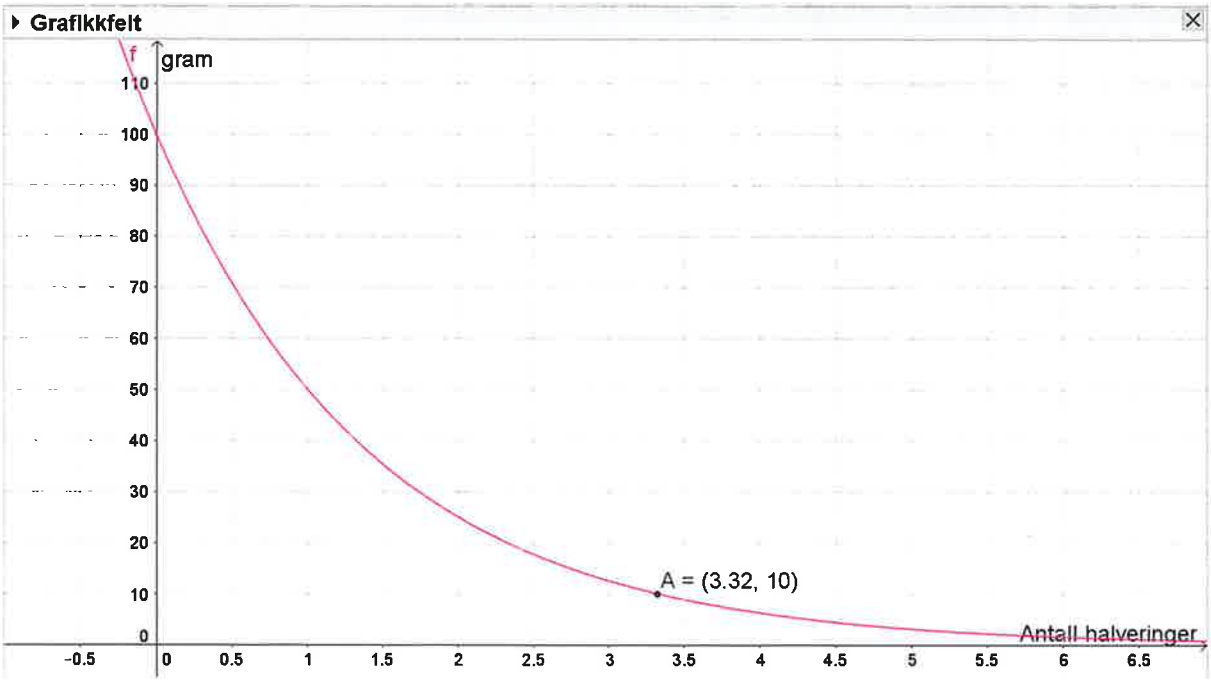
Oppgave 2

Vekstfaktoren til halvering er 50 % $\underline{= 0{,}50}$

$\text{Startverdi} \cdot \text{vekstfaktor}^{\text{tid}} = \text{sluttverdi}$

$100 \cdot 0{,}5^x = 10$





Skrev inn funksjonen i Geogebra og y=10. Antall halveringer er 3,3.

$\text{Antall halveringer} \cdot \text{halveringstiden} = \text{antall år}$

$3{,}3 \cdot 4{,}47 \cdot 10^9 \underline{= 1{,}48 \cdot 10^{10}}$

Det tar $1{,}48 \cdot 10^{10}$ år før stoffet er redusert til 10 gram.

Oppgave 3

a)

$\text{Vekstfaktor} = 100\,\% + 3\,\% = 103\,\% \underline{\underline{= 1{,}03}}$

$\text{Startverdi} \cdot \text{vekstfaktor}^{\text{tid}} = 4{,}1 \text{ millioner} \cdot 1{,}03^{-5} \underline{\underline{= 3{,}5 \text{ millioner}}}$

Huset var verdt 3,5 millioner for 5 år siden.

b)

$\text{Startverdi} \cdot \text{vekstfaktor}^{\text{tid}} = \text{sluttverdi}$

$4{,}1 \text{ millioner} \cdot x^5 = 5{,}1 \text{ millioner}$

$x^5 = \frac{5{,}1}{4{,}1}$

$x^5 = 1{,}244$

$\sqrt[5]{x^5} = \sqrt[5]{1{,}244}$

$\underline{\underline{x = 1{,}045}}$

Verdien vil øke med 4,5 % hvert år.

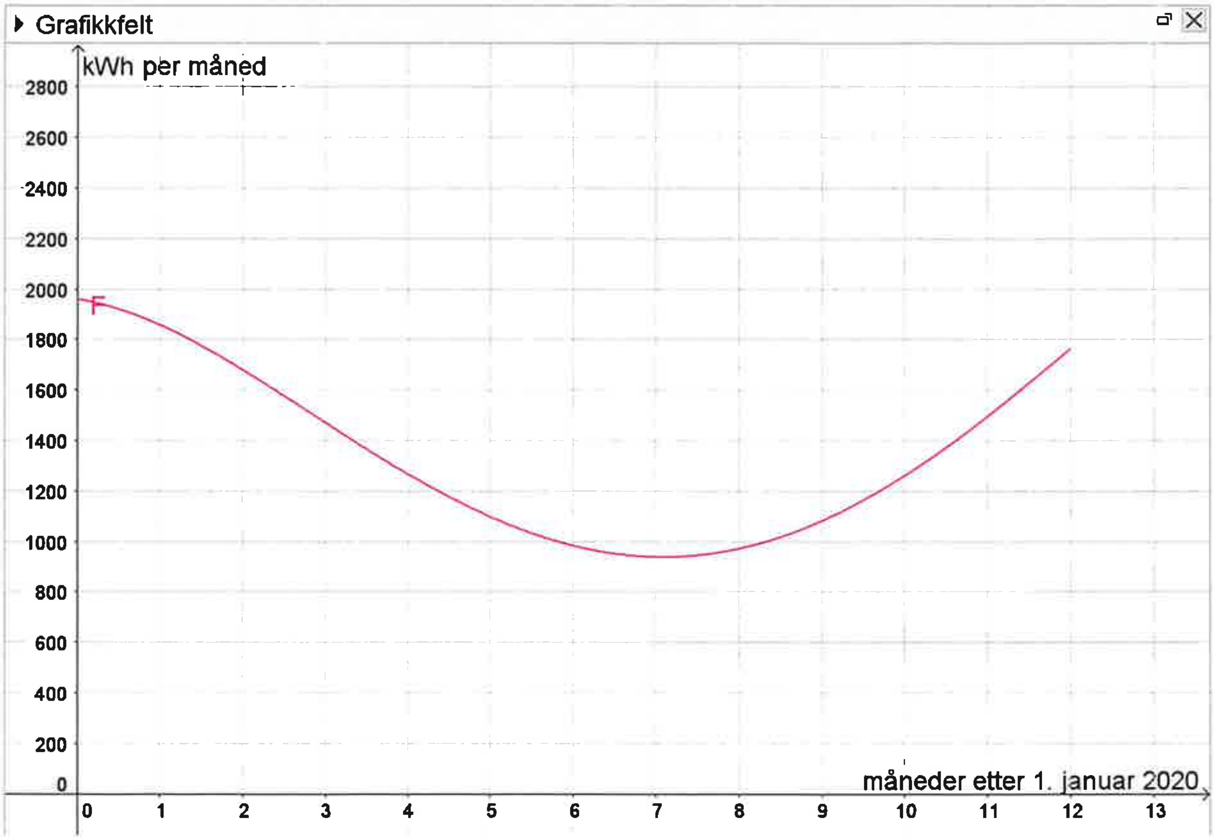
Oppgave 4

a)

Algebrafelt

Funksjon

$F(x) = -0.3x^4 + 9x^3 - 62x^2 - 50x + 1960 \quad (0 \le x \le 12)$



Brukte Funksjon[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>] og la inn Funksjon[-0.3x^4+9x^3-62x^2-50x+1960, 0, 12]. Se funksjon F i algebrafelt og graf i grafikkfelt.

b)

Algebrafelt

Funksjon

$F(x) = -0.3x^4 + 9x^3 - 62x^2 - 50x + 1960 \quad (0 \leq x \leq 12)$

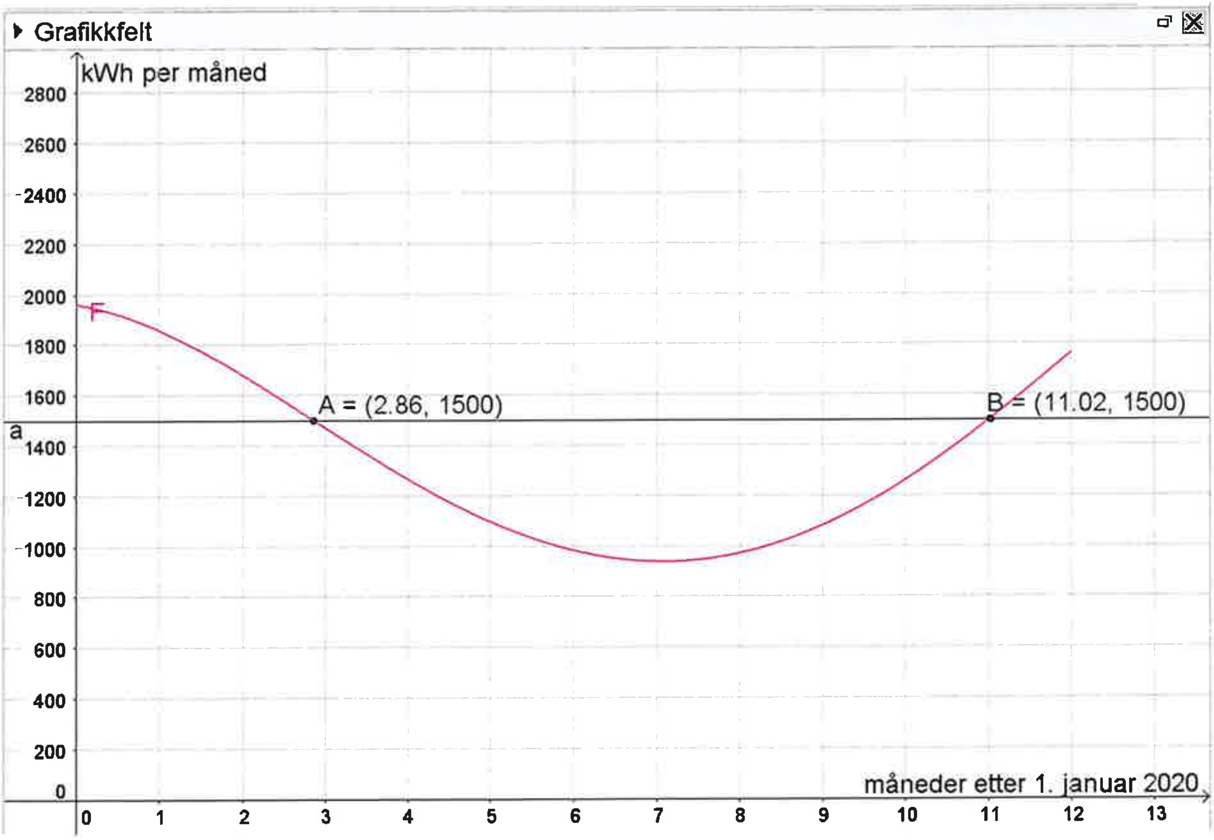
Linje

a: $y = 1500$

Punkt

$A = (2.86, 1500)$

$B = (11.02, 1500)$

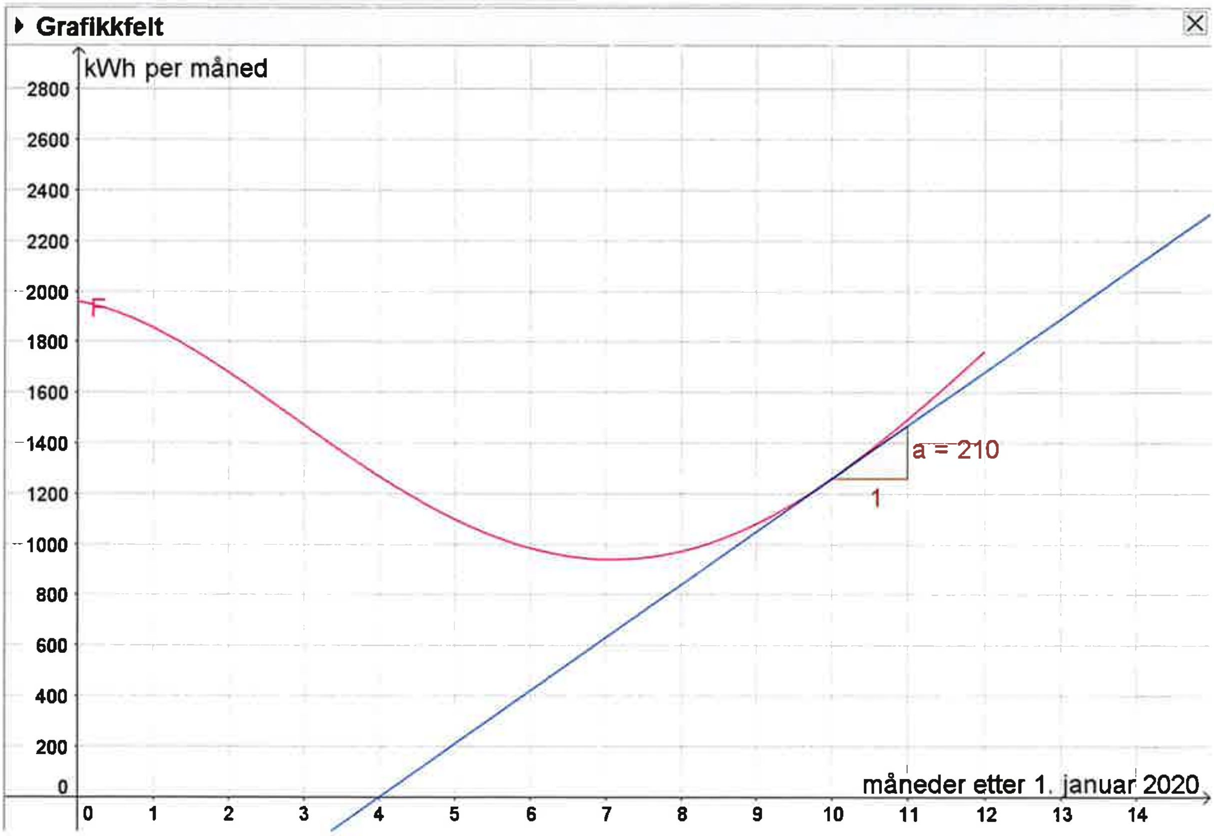


Skrev y=1500 og «Skjæring mellom to objekt». Forbruket er høyere enn 1500 kWh fra 1.januar til slutten av mars og fra starten av desember til året er slutt. Se punkt A og B i algebra- og grafikkfelt.

c)

▸ Algebrafelt

- Funksjon
- $F(x) = -0.3\,x^4 + 9\,x^3 - 62\,x^2 - 50\,x + 1960 \quad (0 \leq x \leq 12)$
- Linje
- g: $y = 210x - 840$
- Tall
- $a = 210$



Brukte Tangent[<Punkt>, <Funksjon>] og la inn Tangent[10, F]. Fikk opp linje g og deretter «Stigning» til linje g. Den momentane vekstfarten er 210 når x=10. Det betyr at forbruket er 210 kWh per måned den 1.november. Se stigningstall a i algebra- og grafikkfelt.

d)

$F(x) = \text{gjennomsnittlig forbruk av kWh}$

$P(x) = \text{gjennomsnittlig pris per kWh i øre}$

$F(x) \cdot P(x) = \text{kWh} \cdot \frac{\text{øre}}{\text{kWh}} = \underline{\underline{\text{pris i øre}}}$

e)

Algebrafelt

Funksjon

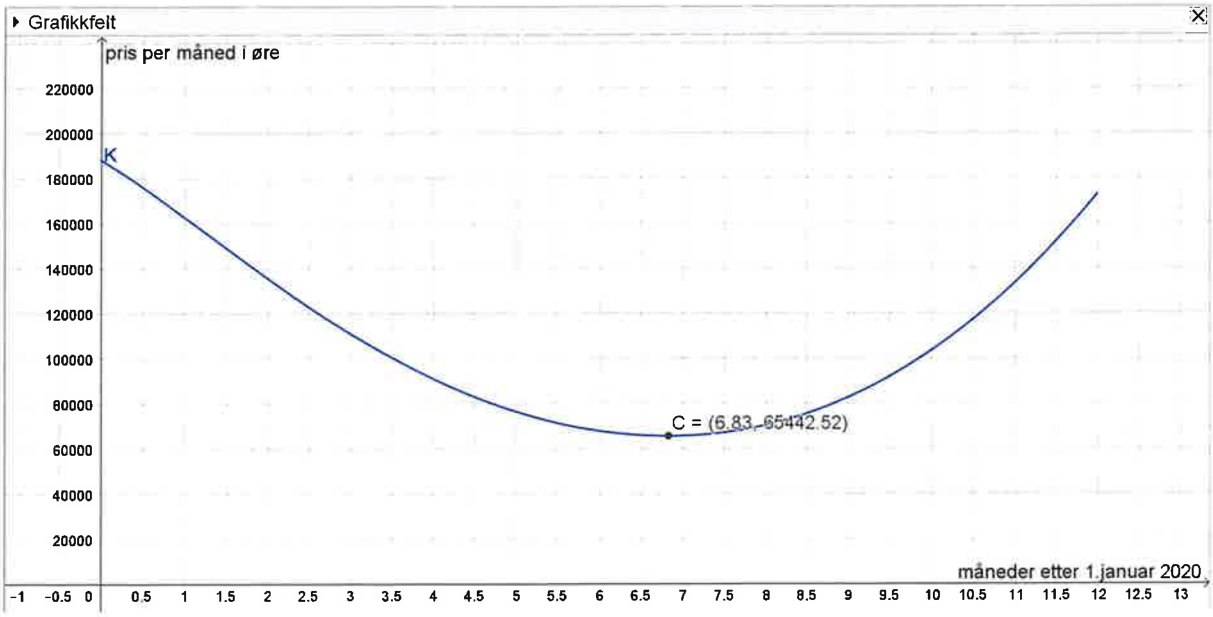
$F(x) = -0.3\,x^4 + 9\,x^3 - 62\,x^2 - 50\,x + 1960, \quad (0 \leq x \leq 12)$

$K(x) = \text{Dersom}(0 \leq x \leq 12, -0.3\,x^4 + 9\,x^3 - 62\,x^2 - 50\,x + 1960)\ \text{Dersom}(0 \leq x \leq 12, 0.78\,x^2 - 9.2\,x + 96), \quad (0 \leq x \leq 12)$

$P(x) = 0.78\,x^2 - 9.2\,x + 96, \quad (0 \leq x \leq 12)$

Punkt

C = (6.83, 65442.52)



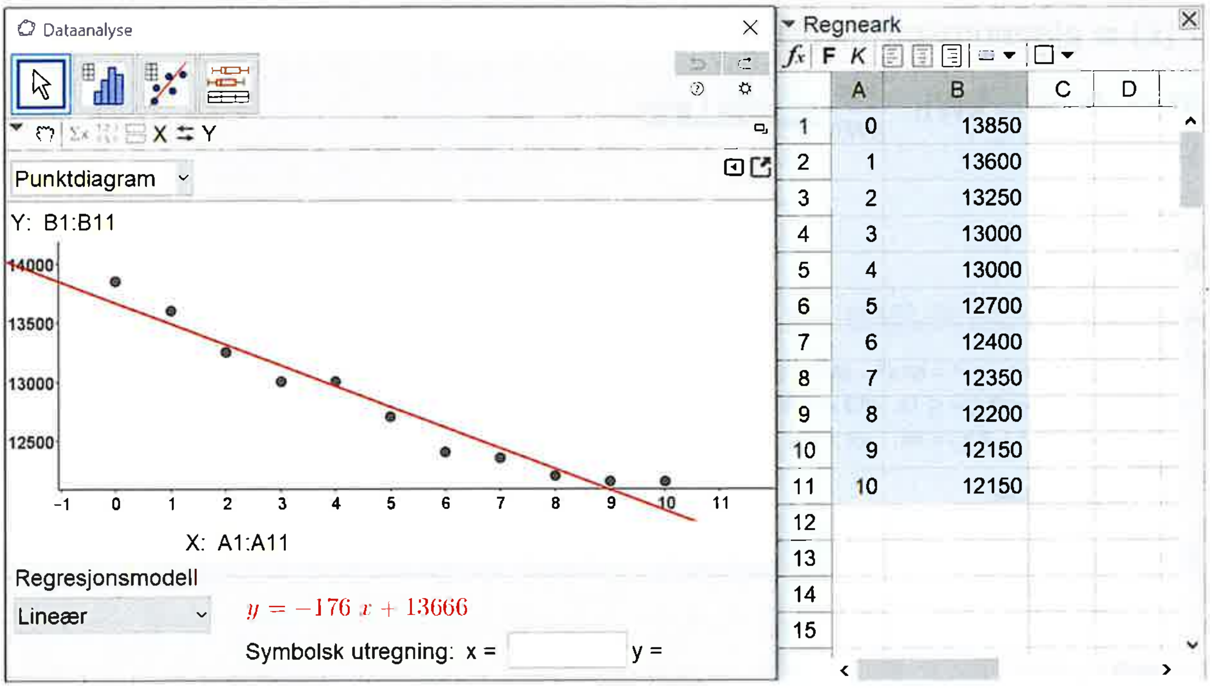
Brukte først Funksjon[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>] og la inn Funksjon[0.78x^2-9.2x+96, 0, 12]. Se funksjon P i algebrafelt.

Brukte så Funksjon[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>] igjen og la inn Funksjon[F*P, 0, 12]. Se funksjon K som er et utrykk for de gjennomsnittlige kostnader per måned.

Brukte til slutt Ekstremalpunkt[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>] og la inn Ekstremalpunkt[K, 0, 12]. <u>De gjennomsnittlige kostnadene var lavest i juli.</u> Se punkt C i algebra- og grafikkfelt.

Oppgave 5

a)



La inn verdiene i Regneark, «Regresjonsanalyse» og valgte lineær regresjon. Finner modell $\underline{y = -176x + 13666.}$ Se modell i regresjonsanalysen.

Stigningstallet -176 betyr at gjennomsnittlige kjørelengden avtok med 176 km per år fra 2008 til 2018 ifølge min modell.

Konstantleddet 13666 betyr at den gjennomsnittlige kjørelengden var 13666 km i 2008 ifølge min modell.

b)

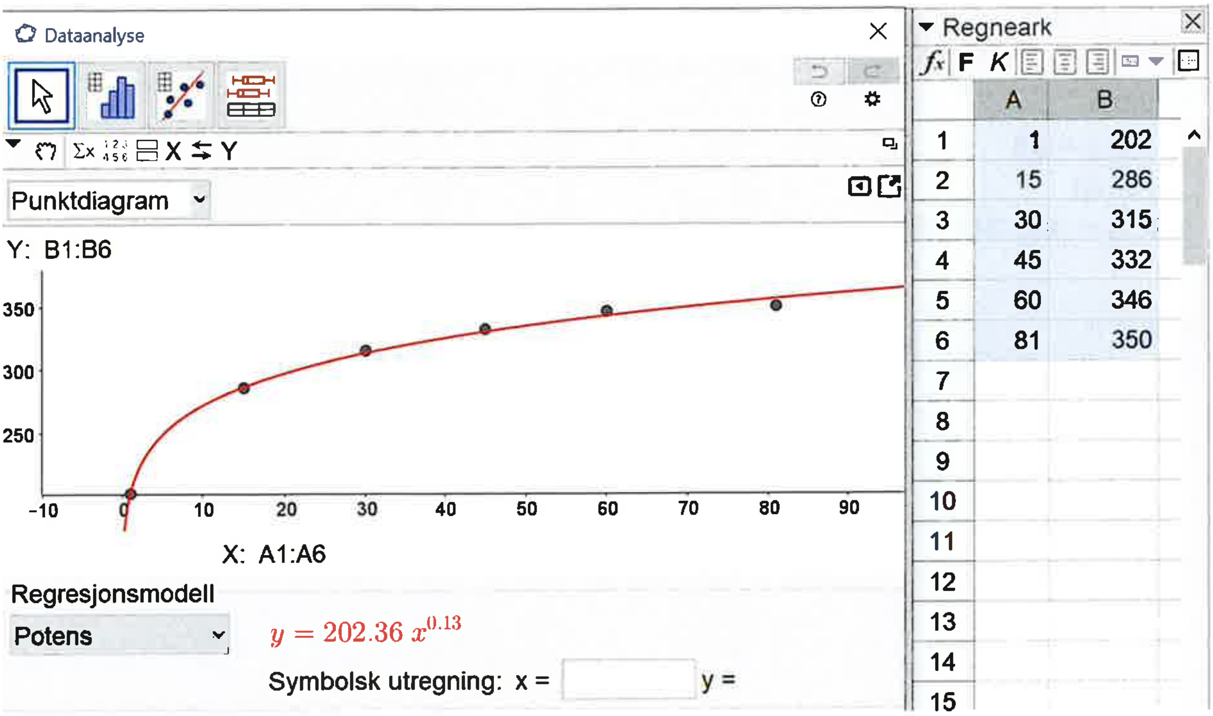
Ut ifra punktene ser det ut som det flater ut litt mot slutten, så modell vil nok avta for mye fremover i tid. Dessuten vil den krysse x-aksen og gi negative y-verdier etter hvert og det er praktisk umulig. Modellen fungerer greit innenfor oppgitte verdier, men er ingen god modell fremover i tid.

c)

Når samlet kjørelengde øker, men gjennomsnittlig kjørelengde per bil avtar, så må det være fordi antallet personbiler øker. Hver bil brukes mindre, men summen øker fordi det er flere biler.

Oppgave 6

a)

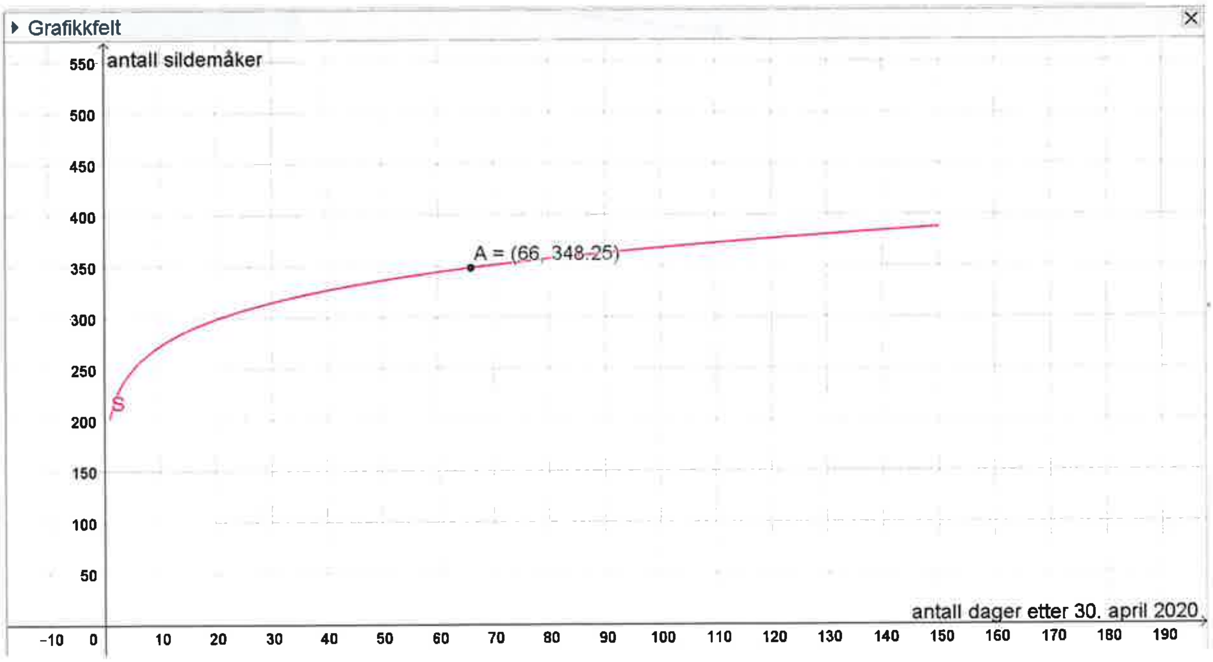


La inn verdiene i Regneark, «Regresjonsanalyse og valgte potensregresjon. Funksjonen S er en god modell. Se modell y i regresjonsanalysen.

b)

Algebrafelt

- Funksjon
  - $S(x) = 202\,x^{0.13}, \quad (1 \le x \le 150)$
- Linje
  - f: x = 66
- Punkt
  - A = (66, 348.25)



Brukte Funksjon[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>] og la inn utrykket oppgitt i oppgaven. Så skrev Funksjon[202x^0.13, 1, 150]. Deretter x=66 fordi 5. juli er 66 dager etter 30. april. Til slutt «Skjæring mellom to objekt». Det er ca 348 sildemåker på øya den 5. juli 2020. Se punkt A i algebra- og grafikkfelt.

c)

Algebrafelt

Funksjon

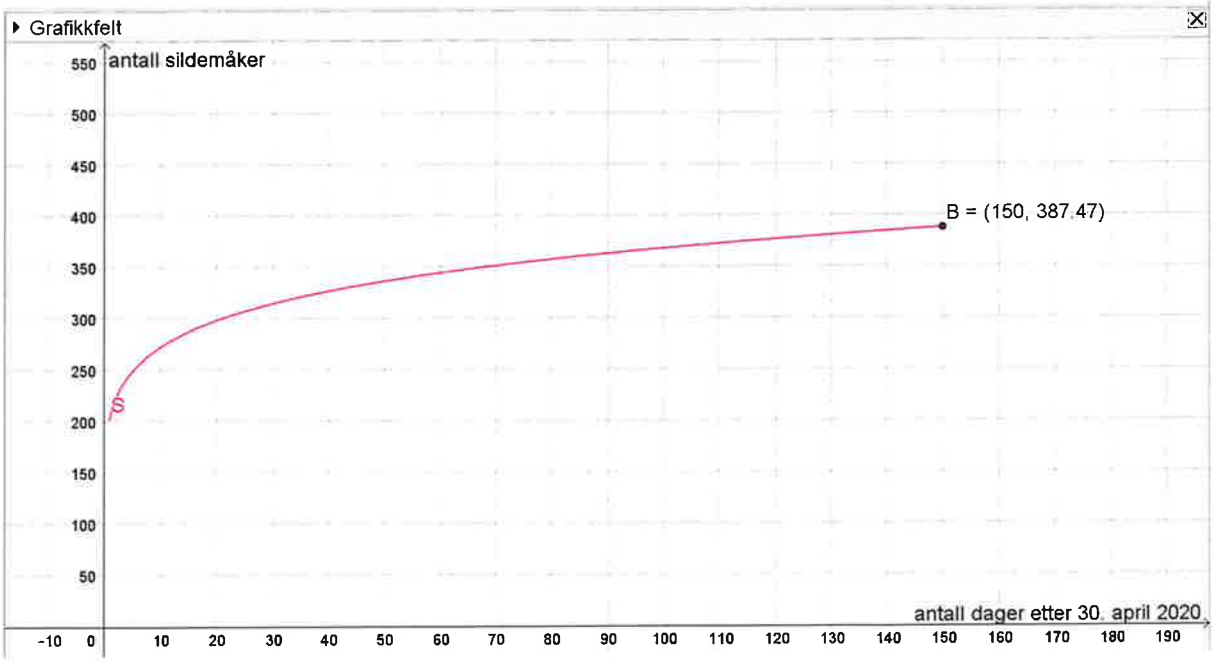
$S(x) = 202\,x^{0.13}, \quad (1 \leq x \leq 150)$

Linje

g: x = 150

Punkt

B = (150, 387.47)



Skrev x=150 og «Skjæring mellom to objekt». Betyr at det ifølge modellen er ca 387 sildemåker i slutten av september. Siden det står i teksten at de begynner å fly sørover i august og det er 350 sildemåker 20. juli, så er nok 387 sildemåker et for høyt tall i slutten av september.

Oppgave 7

a)

	A	B
1	Tall nummer	Fibonaccitall
2	1	1
3	2	1
4	3	2
5	4	3
6	5	5
7	6	8
8	7	13
9	8	21
10	9	34
11	10	55
12	11	89
13	12	144
14	13	233
15	14	377
16	15	610

Formler:

	A	B
1	Tall nummer	Fibonaccitall
2	1	=A2
3	2	=B2
4	3	=B2+B3
5	4	=B3+B4
6	5	=B4+B5
7	6	=B5+B6
8	7	=B6+B7
9	8	=B7+B8
10	9	=B8+B9
11	10	=B9+B10
12	11	=B10+B11
13	12	=B11+B12
14	13	=B12+B13
15	14	=B13+B14
16	15	=B14+B15

b)

Ane sin påstand:

	A	B	C	D
1	Tall nummer	Fibonaccitall	Summen av n første Fibonaccitallene	Summen av de n første minus nummer n+2
2	1	1	1	1
3	2	1	2	1
4	3	2	4	1
5	4	3	7	1
6	5	5	12	1
7	6	8	20	1
8	7	13	33	1
9	8	21	54	1
10	9	34	88	1
11	10	55	143	1
12	11	89	232	1
13	12	144	376	1
14	13	233	609	1
15	14	377	986	
16	15	610	1596	

Formler:

	A	B	C	D
1	Tall nummer	Fibonaccitall	Summen av n første Fibonaccitallene	Summen av de n første minus nummer n+2
2	1	=A2	=B2	=B4-C2
3	2	=B2	=C2+B3	=B5-C3
4	3	=B2+B3	=C3+B4	=B6-C4
5	4	=B3+B4	=C4+B5	=B7-C5
6	5	=B4+B5	=C5+B6	=B8-C6
7	6	=B5+B6	=C6+B7	=B9-C7
8	7	=B6+B7	=C7+B8	=B10-C8
9	8	=B7+B8	=C8+B9	=B11-C9
10	9	=B8+B9	=C9+B10	=B12-C10
11	10	=B9+B10	=C10+B11	=B13-C11
12	11	=B10+B11	=C11+B12	=B14-C12
13	12	=B11+B12	=C12+B13	=B15-C13
14	13	=B12+B13	=C13+B14	=B16-C14
15	14	=B13+B14	=C14+B15	
16	15	=B14+B15	=C15+B16	

Ane sin påstand stemmer.

Trine sin påstand:

	A	B	C
1	**Tall nummer**	**Fibonaccitall**	**Summen av annehvert fibonaccitall**
2	1	1	1
3	2	1	1
4	3	2	3
5	4	3	4
6	5	5	8
7	6	8	12
8	7	13	21
9	8	21	33
10	9	34	55
11	10	55	88
12	11	89	144
13	12	144	232
14	13	233	377
15	14	377	609
16	15	610	

Formler:

	A	B	C
1	**Tall nummer**	**Fibonaccitall**	**Summen av annehvert fibonaccitall**
2	1	=A2	=B2
3	2	=B2	=B3
4	3	=B2+B3	=C2+B4
5	4	=B3+B4	=C3+B5
6	5	=B4+B5	=C4+B6
7	6	=B5+B6	=C5+B7
8	7	=B6+B7	=C6+B8
9	8	=B7+B8	=C7+B9
10	9	=B8+B9	=C8+B10
11	10	=B9+B10	=C9+B11
12	11	=B10+B11	=C10+B12
13	12	=B11+B12	=C11+B13
14	13	=B12+B13	=C12+B14
15	14	=B13+B14	=C13+B15
16	15	=B14+B15	

Gir riktig svar på tall nummer oddetall, men feil svar på tall nummer partall.
<u>Trine sin påstand stemmer hvis hun begynner med tall nummer 1.</u>

Oppgave 8

a)

Statistikk	
n	30
Gjennomsnitt	2.1
σ	1.5133
s	1.5391
Σx	63
Σx²	201
Min	0
Q1	1
Median	2
Q3	3
Maks	6

La inn de 30 observasjonene i Regneark, «Analyse av en variabel» og «Vis statistikk».

Gjennomsnitt: 2,1 barn

Standardavvik: 1,5 barn

b)

Ett standardavvik mindre enn gjennomsnittet: $2{,}1 - 1{,}5 \underline{= 0{,}6}$

Ett standardavvik større enn gjennomsnittet: $2{,}1 + 1{,}5 \underline{= 3{,}6}$

Det er 8 av verdiene som ligger utenfor 0,6 til 3,6. Altså er det 22 verdier som ligger mindre enn ett standardavvik unna.

I prosent: $\frac{22}{30} = 0{,}733 \underline{\underline{= 73{,}3\ \%}}$

To standardavvik mindre enn gjennomsnittet: $2{,}1 - 2 * 1{,}5 \underline{= -0{,}9}$

To standardavvik større enn gjennomsnittet: $2{,}1 + 2 * 1{,}5 \underline{= 5{,}1}$

Det er 1 av verdiene som ligger utenfor -0,9 til 5,1. Altså er det 29 verdier som ligger mindre enn ett standardavvik unna.

I prosent: $\frac{29}{30} = 0{,}967 \underline{\underline{= 96{,}7\ \%}}$

Tre standardavvik mindre enn gjennomsnittet: $2{,}1 - 3 * 1{,}5 \underline{= -2{,}4}$

Tre standardavvik større enn gjennomsnittet: $2{,}1 + 3 * 1{,}5 \underline{= 6{,}6}$

Det er ingen av verdiene som ligger utenfor -2,4 til 6,6. Altså er det 30 verdier som ligger mindre enn ett standardavvik unna.

I prosent: $\frac{30}{30} = 1{,}000 \underline{\underline{= 100\ \%}}$

Mindre enn ett standardavvik $= 73{,}3\ \%$

Mindre enn to standardavvik $= 96{,}7\ \%$

Mindre enn tre standardavvik $= 100\ \%$

c)

Nei, det er ikke mulig. Hvis spredningen øker, øker også standardavviket. Derfor vil alltid enkelte verdier ligge innenfor ett standardavvik fra gjennomsnittet.