LØSNINGSFORSLAG 2P-Y
VÅR 2020

DEL 1

Oppg. 1

0, 0, 5, 5, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 10, 10, 10, 10, 14, 14

MEDIAN: $\frac{7+8}{2} = \underline{\underline{7{,}5 \text{ GANGER}}}$

GJENNOMSNITT:

$$\frac{2\cdot 0 + 2\cdot 5 + 6\cdot 7 + 4\cdot 8 + 4\cdot 10 + 2\cdot 14}{20}$$

$$= \frac{152}{20} = \frac{76}{10} = \underline{\underline{7{,}6 \text{ GANGER}}}$$

TYPETALL: $\underline{\underline{7 \text{ GANGER}}}$

VARIASJONSBREDDE: $14 - 0 = \underline{\underline{14 \text{ GANGER}}}$

b)

ANTALL GANGER ELEVEN HJELPER	FREKVENS	KUMULATIV FREKVENS	RELATIV FREKVENS	RELATIV KUMULATIV FREKVENS
0	2	2	0,10	0,10
5	2	4	0,10	0,20
7	6	10	0,30	0,50
8	4	14	0,20	0,70
10	4	18	0,20	0,90
14	2	20	0,10	1,00
SUM	20		1,00	

FREKVENS 4:

BETYR AT 4 ELEVER HJALP TIL 10 GANGER.

KUMULATIV FREKVENS 18:

BETYR AT 18 ELEVER HJALP TIL 10 GANGER ELLER MINDRE.

RELATIV FREKVENS 0,20:

BETYR AT 0,20 = 20 % AV ELEVENE HJALP TIL 10 GANGER.

RELATIV KUMULATIV FREKVENS:

BETYR AT 0,90 = 90 % HJALP TIL 10 GANGER ELLER MINDRE.

Oppg. 2

ENDRING: 100kr − 40kr = 60kr

a) $\frac{\text{ENDRING}}{\text{ORIGINALT TALL}} = \frac{60}{100} = 60\%$

BANEN 60% BILLIGERE ENN BUSSEN.

b) $\frac{\text{ENDRING}}{\text{ORIGINALT TALL}} = \frac{60}{40} = \frac{15}{10} = \frac{150}{100} = 150\%$

BUSSEN 150% DYRERE ENN BANEN

Oppg. 3

- LINEÆR VEKST BETYR AT NOE VOKSER MED ET FAST TALL HELE TIDEN – EN RETT LINJE GRAFISK.
- LARS SPARER 100kr I EN LIVERPOOL-SPAREBØSSE HVER UKE ER ET EKSEMPEL PÅ LINEÆR VEKST.

- EKSPONENTIELL VEKST BETYR AT NOE VOKSER MED EN FAST PROSENT HELE TIDEN – EN LINJE SOM STIGER KRAFTIGERE ETTERSOM TIDEN GÅR.
- LARS SETTER 500kr PÅ SPAREKONTOEN "NY KAFFETRAKTER" OG LAR RENGENE STÅ URØRT MED EN FAST PROSENT RENTE ER ET EKSEMPEL PÅ EKSPONENTIELL VEKST.

Oppg. 4

$$\frac{45 \text{ TONN}}{50g} = \frac{45000000}{50g} = 900000 = \underline{\underline{9 \cdot 10^5}}$$

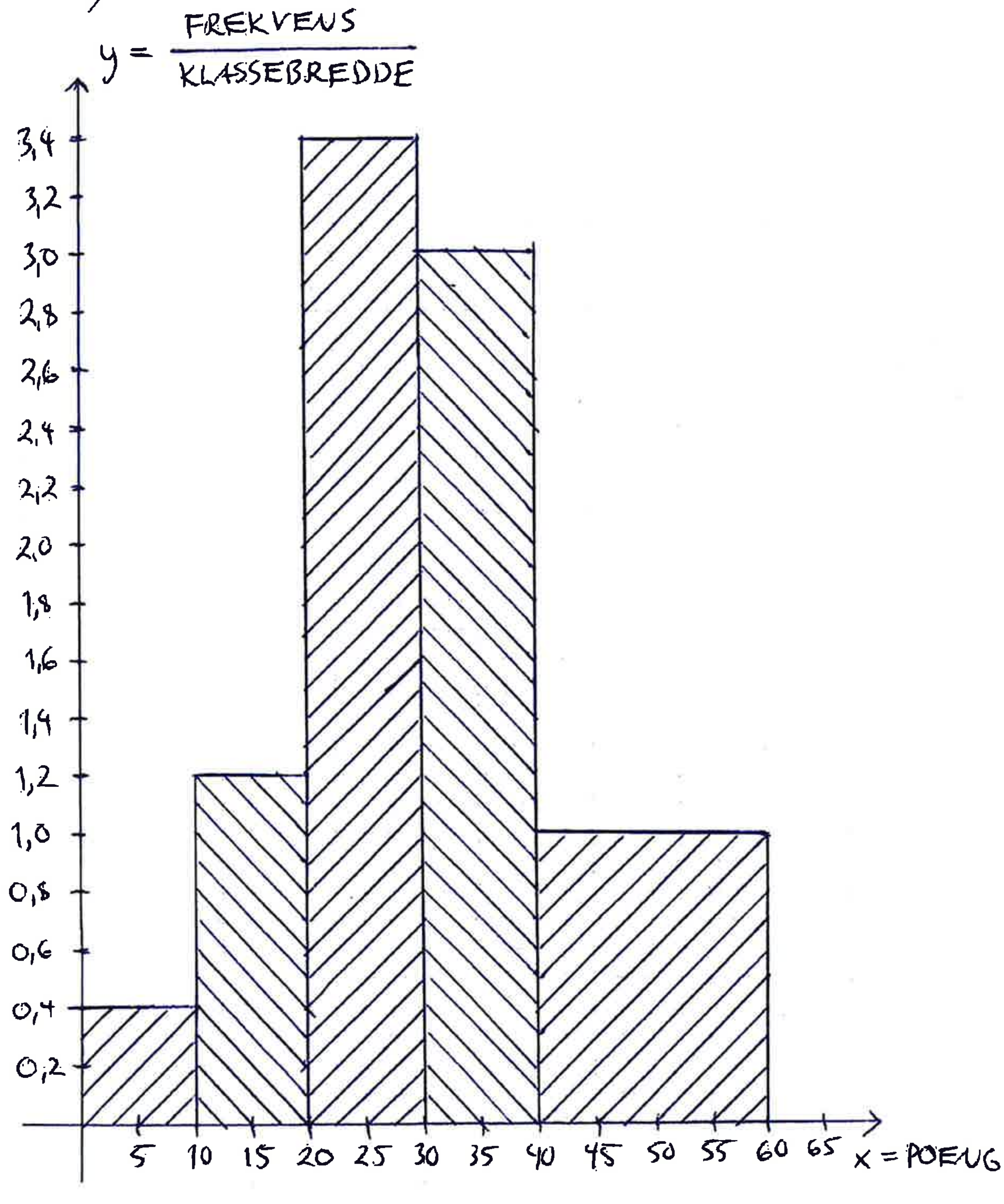
VAR OMTRENT $9 \cdot 10^5$ HENGELÅSER

Oppg. 5

		TIL GJENNOMSNITT		TIL HISTOGRAM	
POENG	ELEVER	MIDTPUNKT	SUM	BREDDE	HØYDE
[0, 10⟩	4	5	20	10	0,4
[10, 20⟩	12	15	180	10	1,2
[20, 30⟩	34	25	850	10	3,4
[30, 40⟩	30	35	1050	10	3,0
[40, 60⟩	20	50	1000	20	1,0
SUM	100		3100		

a) GJENNOMSNITT: $\frac{3100}{100} = \underline{\underline{31 \text{ POENG}}}$

b)



$y = \frac{\text{FREKVENS}}{\text{KLASSEBREDDE}}$
3,4
3,2
3,0
2,8
2,6
2,4
2,2
2,0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65
x = POENG

Oppg. 6

a) $100\% - 5\% = 95\% = \underline{0{,}95}$

STARTVERDI · VEKSTFAKTOR$^{\text{TID}}$

$\underline{\underline{200000 \text{ kr} \cdot 0{,}95^{10}}}$

b) MÅ SYNKE MED:

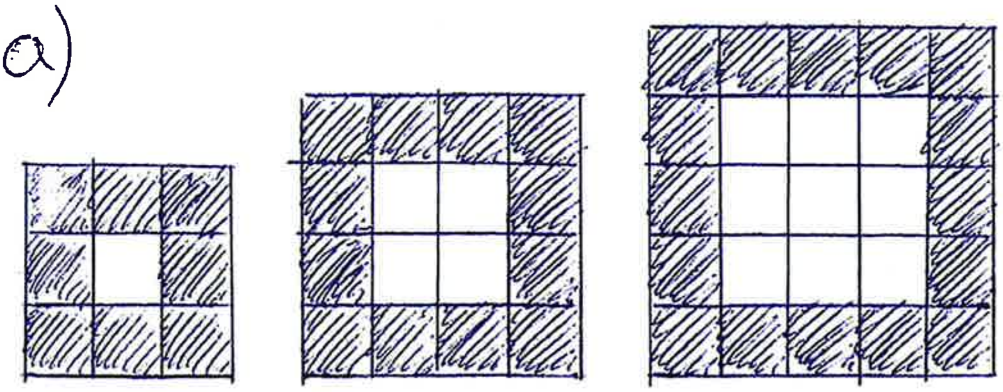
$200000 \text{ kr} - 100000 \text{ kr} = \underline{100000 \text{ kr}}$

ÅR 1: $\dfrac{200000 \text{ kr} \cdot 5}{100} = \underline{10000 \text{ kr}}$

SIDEN DET SYNKER MED 5% AV BÅTENS VERDI HVERT ÅR, SÅ VIL SUMMEN BLI MINDRE HVERT ÅR. MÅ SYNKE MED 10000 kr ALLE 10 ÅR OG DET BLIR DA IKKE RIKTIG.

Oppg. 7

a)



FIGUR 1   FIGUR 2   FIGUR 3

$3 \cdot 3 = \underline{9}$ $4 \cdot 4 = \underline{16}$ $5 \cdot 5 = \underline{25}$

HVITE KVADRATER:

FIGUR 1   FIGUR 2   FIGUR 3

$1 \cdot 1 = \underline{1}$ $2 \cdot 2 = \underline{4}$ $3 \cdot 3 = \underline{9}$

GRØNNE = TOTALT − HVITE

FIGUR 10

$$\text{GRØNNE} = 12 \cdot 12 - 10 \cdot 10$$
$$= 144 - 100$$
$$= \underline{\underline{44 \text{ GRØNNE KVADRATER}}}$$

b)

GRØNNE KVADRATER:

FIGUR 1		FIGUR 2		FIGUR 3
8		12		16
	+4		+4	

ØKER MED 4 KVADRATER FOR HVER FIGUR. DET BLIR STIGNINGSTALL.

$4n$

FIGUR 0 VILLE HATT $8-4=4$ KVADRATER. DET BLIR KONSTANTLEDD.

$$F_n = 4n + 4$$

LØSNING MED BRUK AV n^2 NESTE SIDE

ALTERNATIV LØSNING MED n^2:

BEGGE SIDENE TOTALT ER FIGURNUMMER + 2.

$(n+2)\cdot(n+2)$ = KVADRATER TOTALT

GRØNNE = TOTALT − HVITE

$(n+2)\cdot(n+2) - n^2$

ÅPNER PARENTES OG FORENKLER

$n^2 + 2n + 2n + 4 - n^2$

STRYKER BEGGE n^2.

$2n + 2n + 4$

$F_n = 4n + 4$

Del 2

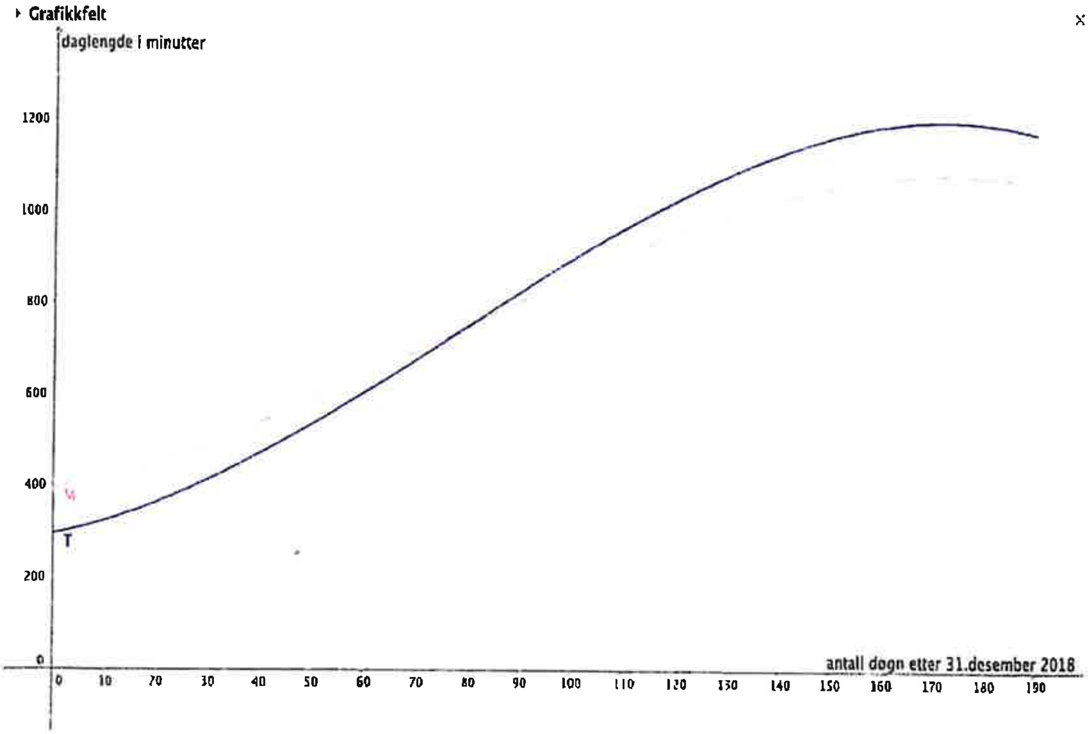
Oppgave 1

a)

▸ Algebrafelt

Funksjon

- $M(x) = -0.0002\,x^3 + 0.046\,x^2 + 2\,x + 396, \quad (0 \leq x \leq 190)$
- $T(x) = -0.00028\,x^3 + 0.066\,x^2 + 2.2\,x + 295, \quad (0 \leq x \leq 190)$



Brukte Funksjon[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>]. La inn M(x)=Funksjon[-0.0002x^3+0.046x^2+2x+396, 0, 190] og T(x)=Funksjon[-0.00028x^3+0.066x^2+2.2x+295, 0, 190]. Se funksjon M og funksjon T i algebrafelt og grafer i grafikkfelt.

b)

Algebrafelt

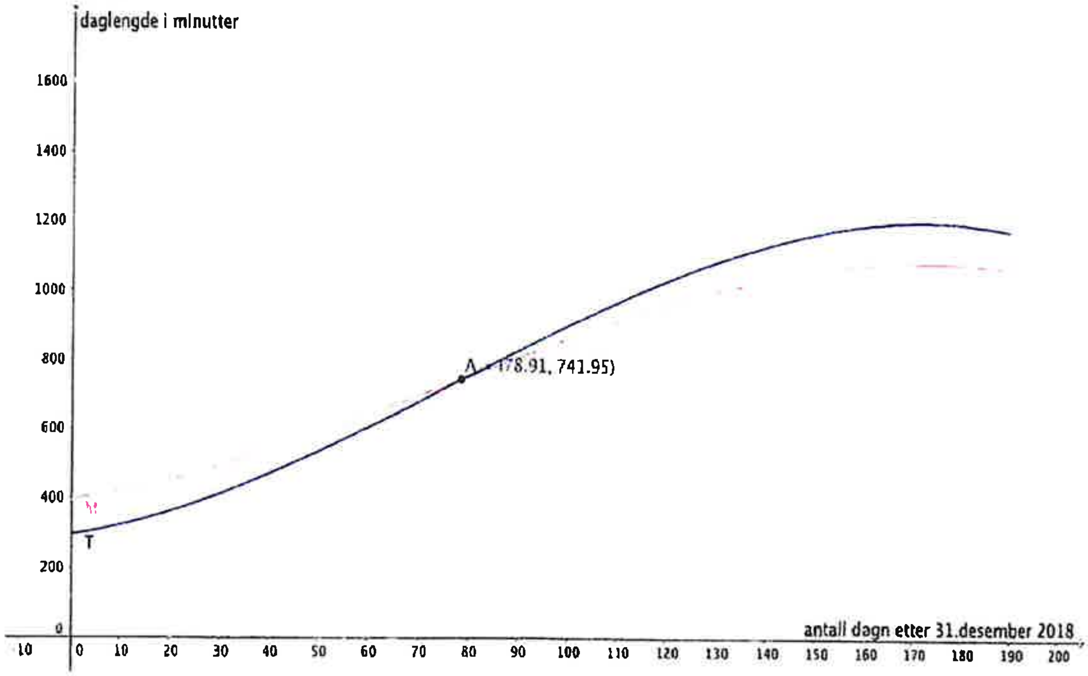
Funksjon

- $M(x) = 0\,x^3 + 0.05\,x^2 + 2\,x + 396, \quad (0 \leq x \leq 190)$
- $T(x) = 0\,x^3 + 0.07\,x^2 + 2.2\,x + 295, \quad (0 \leq x \leq 190)$

Punkt

- A = (78.91, 741.95)

Grafikkfelt



Brukte "Skjæring mellom to objekt". Daglengden er lik etter 79 døgn. Altså 20.mars. Se punkt A i algebra- og grafikkfelt. (PS. Endret antall desimaler, så det ikke skulle være så mange i punktet. Derfor funksjoner ser annerledes ut).

c)

▸ **Algebrafelt**

Funksjon

- $M(x) = 0\,x^3 + 0.05\,x^2 + 2\,x + 396, \quad (0 \leq x \leq 190)$

  $T(x) = 0\,x^3 + 0.07\,x^2 + 2.2\,x + 295, \quad (0 \leq x \leq 190)$

Linje

f: $x = 0$

g: $x = 121$

Linjestykke

- $h = 574.07$

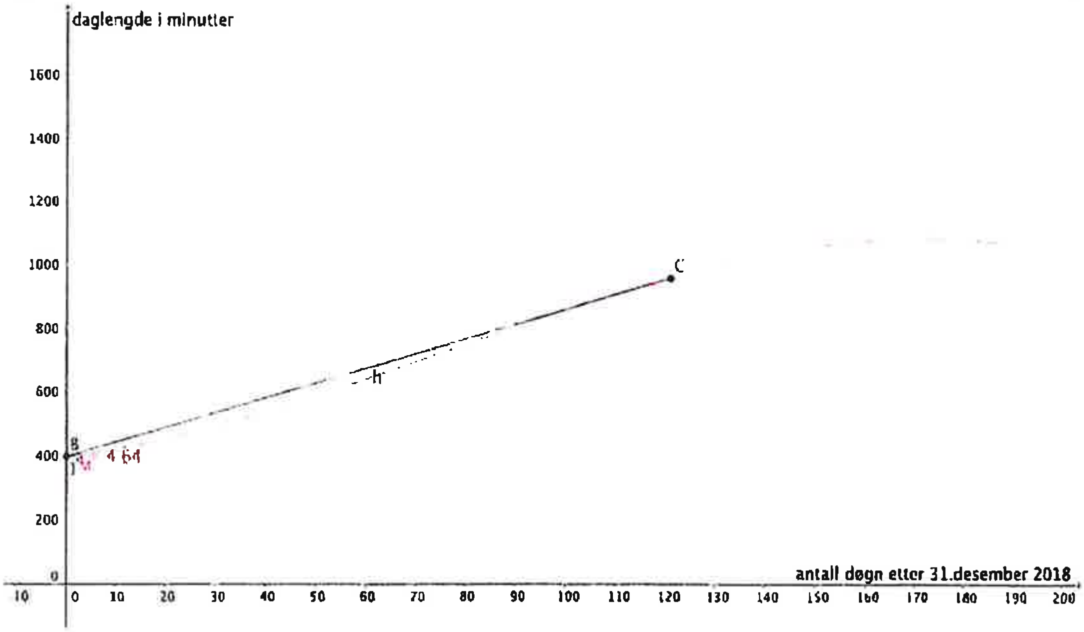
Punkt

- $B = (0, 396)$
- $C = (121, 957.17)$

Tall

- $a = 4.64$

▸ Grafikkfelt



Skrev x=0 og x=121, så "Skjæring mellom to objekt". Fikk punkt B og C. Deretter "Linjestykke mellom to punkt". Fikk da Linjestykke h. Til slutt "Stigning" til linjestykke h. <u>Stiger i gjennomsnitt med 4,64 minutter per dag fra 31.desember til 1.mai i Mandal.</u> Se stigningstall a i algebra- og grafikkfelt.

d)

Algebrafelt

Funksjon

$M(x) = 0\,x^3 + 0.05\,x^2 + 2\,x + 396, \quad (0 \leq x \leq 190)$

$T(x) = 0\,x^3 + 0.07\,x^2 + 2.2\,x + 295, \quad (0 \leq x \leq 190)$

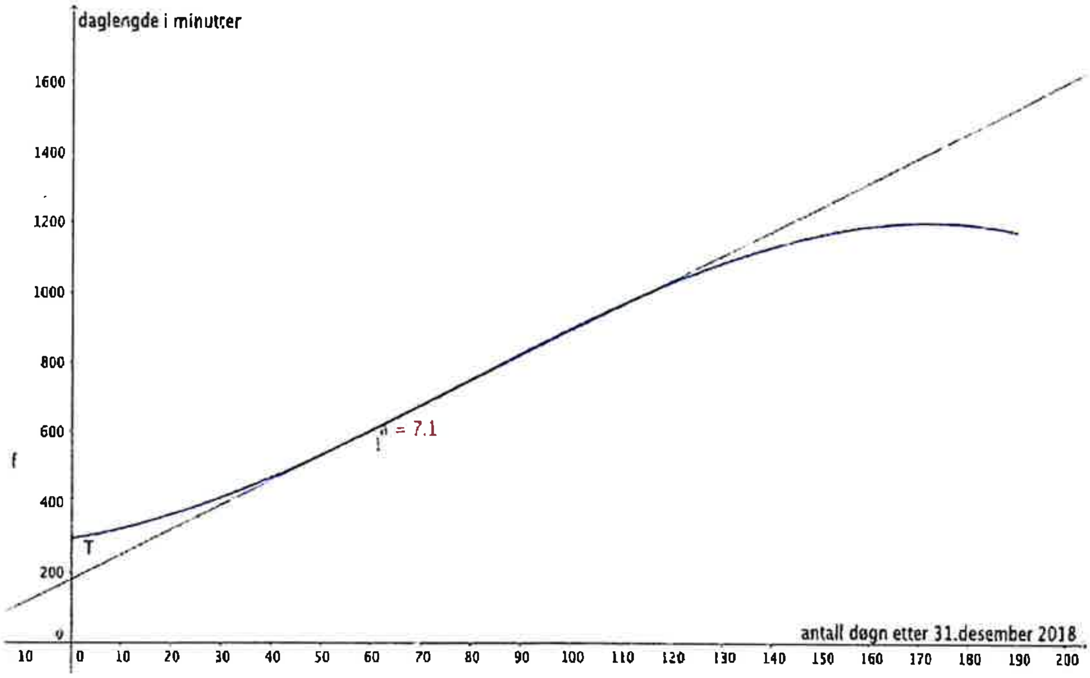
Linje

f: y = 7.1x + 178.36

Tall

a = 7.1

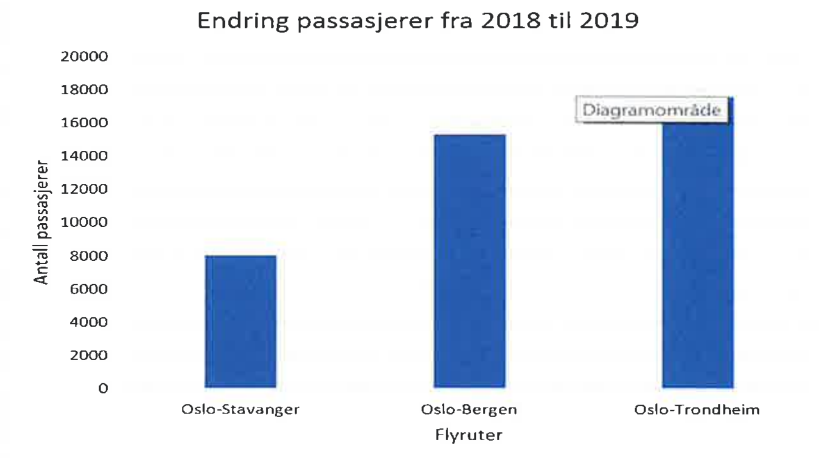
Grafikkfelt

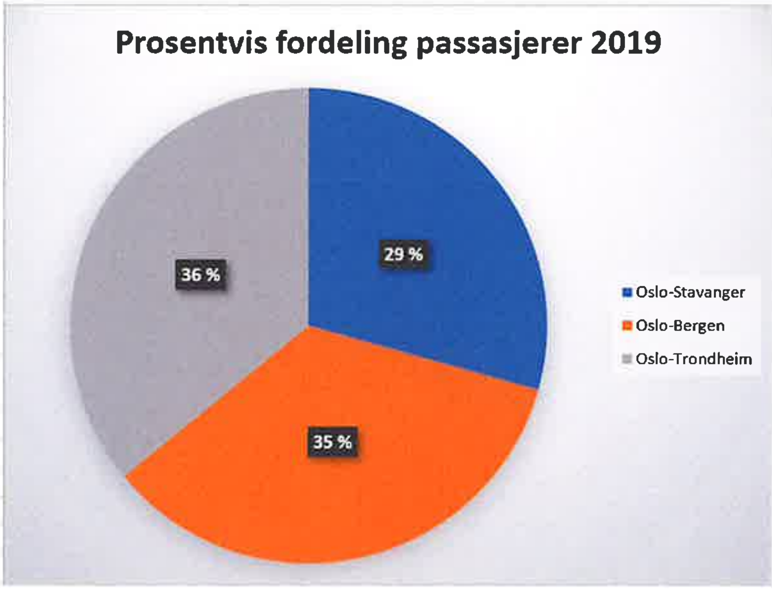


Brukte Tangent[<Punkt>, <Funksjon>] og la inn Tangent[60, T]. Fikk da linje f. Deretter "Stigning" til linje f. <u>Det betyr at vekstfarten er 7,1 minutt/døgn etter 60 døgn = 1.mars. Altså 1.mars er dagslengden på vei til å øke med 7,1 minutter per døgn.</u>

Oppgave 2

	A	B	C	D	E
1	Antall passasjerer 1.april-30.juni				
2	Flyruter	År 2018	År 2019	Endring passasjerer	Prosentvis fordeling
3	Oslo-Stavanger	223653	215615	8038	29,4 %
4	Oslo-Bergen	270427	255117	15310	34,7 %
5	Oslo-Trondheim	281429	263853	17576	35,9 %
6	Sum	775509	734585	40924	100,0 %





	A	B	C	D	E
1	Antall passasjerer 1.april-30.juni				
2	Flyruter	År 2018	År 2019	Endring passasjerer	Prosentvis fordeling
3	Oslo-Stavanger	223653	215615	=B3-C3	=C3/C$6
4	Oslo-Bergen	270427	255117	=B4-C4	=C4/C$6
5	Oslo-Trondheim	281429	263853	=B5-C5	=C5/C$6
6	Sum	=SUMMER(B3:B5)	=SUMMER(C3:C5)	=SUMMER(D3:D5)	=SUMMER(E3:E5)

Oppgave 3

100 % + 1,85 % = 101,85 % $\underline{= 1{,}0185}$

$$\text{startverdi} * \text{vekstfaktor}^{\text{tid}} = \text{sluttverdi}$$

$$100\,000 \text{ kr} * 1{,}0185^{-5} \underline{\underline{= 91\,242 \text{ kr}}}$$

<u>Det var 91 242 kr på kontoen for 5 år siden.</u>

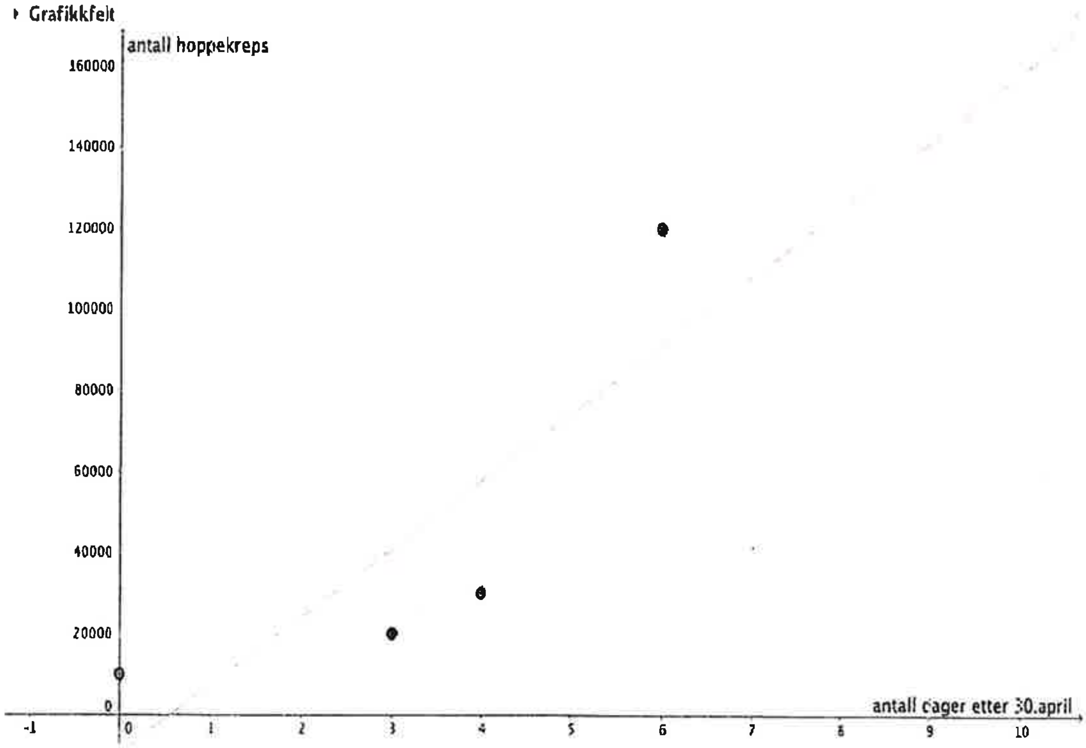
Oppgave 4

a)

Algebrafelt

Funksjon

$f(x) = 16800\,x - 9600$



La inn verdiene i Regneark, Analyse av en variabel og lineær regresjon. Fikk modell f. Se funksjon i algebrafelt og regresjonslinje i grafikkfelt.

16800 betyr at det i følge modellen øker med 16800 hoppekreps per dag.
-9600 betyr at det i følge modellen var -9600 hoppekreps i dag 0, altså 30. april.

Det stemmer ikke. Det er ingen god modell.

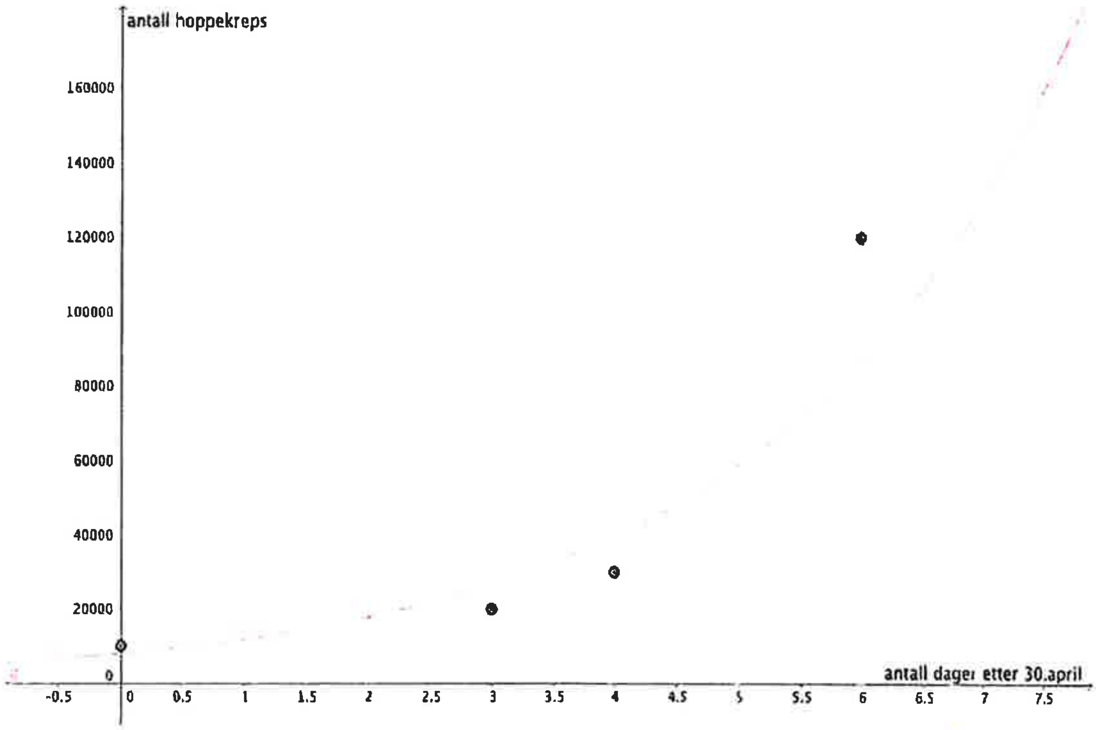
b)

Algebrafelt

Funksjon

$g(x) = 7960.54 \cdot 1.49^x$

Grafikkfelt

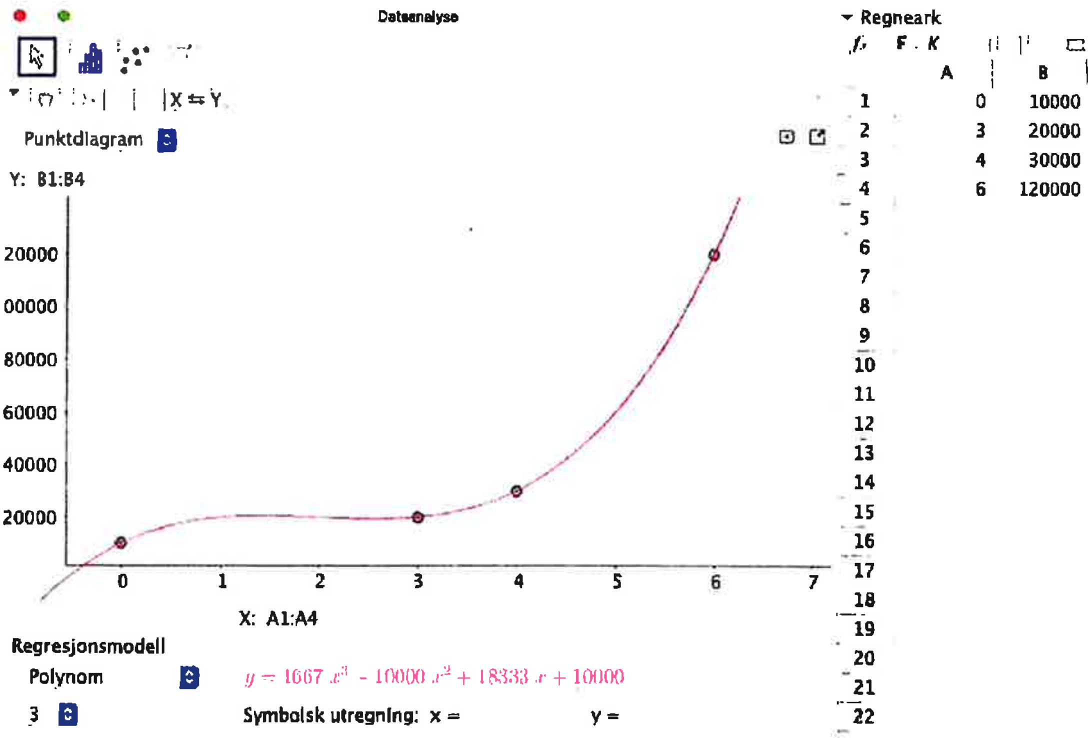


REGRESJONSANALYSE

Brukte samme verdier fra Regneark, ~~Analyse av en variabel~~ og eksponentiell regresjon. Fikk modell g. Se funksjon i algebrafelt og regresjonslinje i grafikkfelt.

7960,54 betyr at det i følge modellen var omtrent 7961 hoppekreps i dag 0, altså 30. april.
1,49 betyr at antall hoppekreps øker med 49 % hver deg i følge modellen.

c)



Brukte samme verdier fra Regneark, REGRESJONSANALYSE ~~Analyse av en variabel~~ og valgte tredjegradspolynom. Ser at funksjonen stemmer med funksjonen i oppgaven.

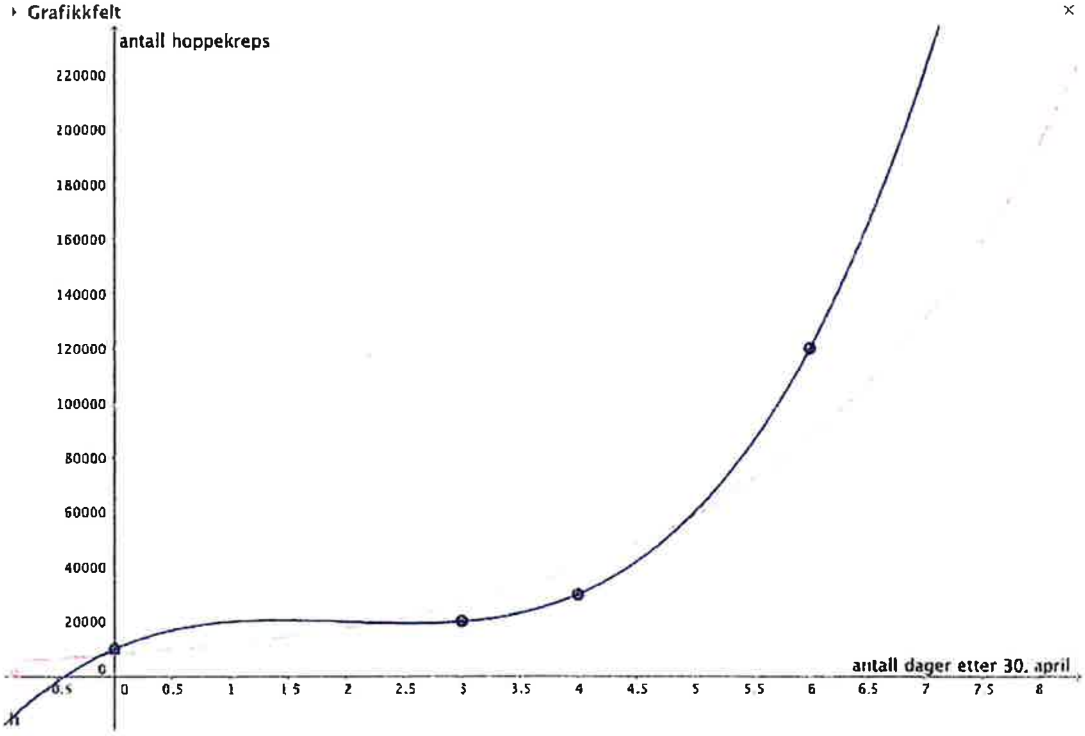
d)

Algebrafelt

Funksjon

- $g(x) = 7960.54 \cdot 1.49^x$
- $h(x) = 1666.67\,x^3 - 10000\,x^2 + 18333.33\,x + 10000$

Grafikkfelt



Brukte samme verdier fra Regneark og valgte både eksponentiell og tredjegradspolynom. Se funksjon g og h i algebrafelt og regresjonslinjer i grafikkfelt.

Tredjegradspolynom fungerer meget bra fra 30.april og fremover, men vil ikke fungerer i tiden før 30.april. Da vil den påstå at det er minus med antall hoppekreps og det er umulig.
Eksponentiell funksjon kan godt fungere bra før 30.april og er en ganske grei modell også i tiden etter 30.april.

Oppgave 5

a)

Matematikk		
Karakter	Relativ frekvens	Sum
1	1,8 %	0,02
2	16,6 %	0,33
3	26,0 %	0,78
4	26,3 %	1,05
5	21,5 %	1,08
6	7,8 %	0,47
Sum	100,0 %	3,73

Norsk		
Karakter	Relativ frekvens	Sum
1	0,6 %	0,01
2	8,1 %	0,16
3	26,4 %	0,79
4	35,5 %	1,42
5	24,1 %	1,21
6	5,3 %	0,32
Sum	100,0 %	3,90

Gjennomsnittskarakteren i matematikk er 3,73 og gjennomsnittskarakteren i norsk er 3,90.

Formler:

Matematikk		
Karakter	Relativ frekvens	Sum
1	0,018	=A3*B3
2	0,166	=A4*B4
3	0,26	=A5*B5
4	0,263	=A6*B6
5	0,215	=A7*B7
6	0,078	=A8*B8
Sum	=SUMMER(B3:B8)	=SUMMER(C3:C8)

Norsk		
Karakter	Relativ frekvens	Sum
1	0,006	=E3*F3
2	0,081	=E4*F4
3	0,264	=E5*F5
4	0,355	=E6*F6
5	0,241	=E7*F7
6	0,053	=E8*F8
Sum	=SUMMER(F3:F8)	=SUMMER(G3:G8)

a)
I norsk er det større prosentdel samlet nærme gjennomsnittet. Derfor blir standardavviket i matematikk større.

b)
1. Påstand 1 er ikke riktig. Gjennomsnitt sier ikke noe om spredningen på observasjonene.
Eksempel kan være to karakterer 1 og 2 har gjennomsnitt 1,5 med et lavt standardavvik. To karakterer 1 og 6 har gjennomsnitt 3,5 med et høyere standardavvik.

2. Påstand 2 er riktig. Er standardavviket null, så er alle observasjoner likt med gjennomsnittet. Det er null spredning.

Oppgave 6

a)

Årlig innskudd:	kr	25 000,00
Rente under 100 000 kr:		2,5 %
Rente over 100 000 kr:		3,5 %

År	**Starten av året**	**Rente**	**Slutten av året**
1	kr 25 000,00	kr 625,00	kr 25 625,00
2	kr 50 625,00	kr 1 265,63	kr 51 890,63
3	kr 76 890,63	kr 1 922,27	kr 78 812,89
4	kr 103 812,89	kr 3 633,45	kr 107 446,34
5	kr 132 446,34	kr 4 635,62	kr 137 081,96
6	kr 162 081,96	kr 5 672,87	kr 167 754,83
7	kr 192 754,83	kr 6 746,42	kr 199 501,25
8	kr 224 501,25	kr 7 857,54	kr 232 358,80
9	kr 257 358,80	kr 9 007,56	kr 266 366,35
10	kr 291 366,35	kr 10 197,82	kr 301 564,18
Sum		**kr 51 564,18**	

b)

Summert renten i nederste rad i Regneark i oppgave a.

<u>Renten er 51 564,18 kr til sammen i løpet av de 10 årene.</u>

Formler:

Årlig innskudd:	25000
Rente under 100 000 kr:	0,025
Rente over 100 000 kr:	0,035

År	**Starten av året**	**Rente**	**Slutten av året**
1	=B1	=HVIS(B6<100000;B6*B$2;B6*B$3)	=B6+C6
=A6+1	=D6+B$1	=HVIS(B7<100000;B7*B$2;B7*B$3)	=B7+C7
=A7+1	=D7+B$1	=HVIS(B8<100000;B8*B$2;B8*B$3)	=B8+C8
=A8+1	=D8+B$1	=HVIS(B9<100000;B9*B$2;B9*B$3)	=B9+C9
=A9+1	=D9+B$1	=HVIS(B10<100000;B10*B$2;B10*B$3)	=B10+C10
=A10+1	=D10+B$1	=HVIS(B11<100000;B11*B$2;B11*B$3)	=B11+C11
=A11+1	=D11+B$1	=HVIS(B12<100000;B12*B$2;B12*B$3)	=B12+C12
=A12+1	=D12+B$1	=HVIS(B13<100000;B13*B$2;B13*B$3)	=B13+C13
=A13+1	=D13+B$1	=HVIS(B14<100000;B14*B$2;B14*B$3)	=B14+C14
=A14+1	=D14+B$1	=HVIS(B15<100000;B15*B$2;B15*B$3)	=B15+C15
Sum		**=SUMMER(C6:C15)**	

Oppgave 7

a)

	Kvinner	Menn	Sum
Flyskam	168	105	273
Ikke flyskam	357	420	777
Sum	525	525	1050

Beregninger ut til krysstabell:

$\frac{1050}{2} = \underline{525 \text{ kvinner og } 525 \text{ menn deltok}}$

$32\ \%$ av $1050 = 0{,}32\ *\ 525 \ \underline{= 168 \text{ kvinner følte flyskam}}$

$20\ \%\ av\ 1050 = 0{,}20 * 525 \ \underline{= 105 \text{ menn følte flyskam}}$

b)

P(flyskam) $= \frac{273}{1050} = 0{,}26 \ \underline{\underline{= 26\ \%}}$

c)

P(flyskam, så kvinne) $= \frac{168}{273} = 0{,}615 \ \underline{\underline{= 61{,}5\ \%}}$